

УДК 621.315.1 – 192:534.1  
МРНТИ 44.29.37

**ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ ОДНОПОЛУВОЛНОВОЙ ПЛЯСКИ ПРОВОДОВ  
РАСЩЕПЛЕННОЙ ФАЗЫ ЛЭП (АНКЕРНЫЙ ПРОЛЕТ)**

**ӘУЕ ЖЕЛІСІНІҢ ШОҒЫРЛАНҒАН ФАЗАСЫНЫҢ БИЛЕУ ЖИІЛІГІН БАҒАЛАУ  
(АНКЕРЛІ ПРОЛЕТ ҮШІН)**

**ESTIMATING THE FREQUENCY OF ONE HALF-WAVE OF THE WIRES OF THE  
SPLIT PHASE OF THE TRANSMISSION LINE (ANCHORSPAN)**

*М.А. ДЖАМАНБАЕВ, Ж.Е. КАРАТАЕВА, З.А. ДЖУМАБЕКОВА*  
*M.A. DJAMANBAYEV, ZH.YE. KARATAYEVA, Z.A. DZHUMABEKOVA*

(Алматынський технологический университет, Алматы, Қазақстан)  
(Алматы технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан)  
(Almaty Technological University, Almaty, Kazakhstan)  
E-mail: dzhamanbaev@mail.ru

*Целью научной статьи является разработка инженерного метода расчета частотных характеристик пляски расщепленной фазы. В основе разрабатываемой методики лежит анализ энергетического баланса колебательного процесса и математическая модель пляски проводов расщепленной фазы ВЛ. Полученная расчетная формула устанавливает взаимосвязь между частотой пляски, скоростью ветра, аэродинамических характеристик обледенелого провода и параметров ВЛ. Расчетная формула для определения частоты пляски проводов расщепленной фазы используется при решении различных прикладных задач, направленных на повышение надежности работы линии электропередачи.*

*Әуе желілеріндегі мұз қатқан сымдардың жел өтіндегі механикалық тербелістері (сымдардың билеулері) желілердің сенімділігін төмендететіні белгілі. Сымдардың билеулері барысында түрлі апаттық жағдайлар орын алады, сол себептен билеу құбылыстарын зерттеу және оның алдын орау шараларын қарастыру қазіргі таңдағы өзекті мәселелердің бірі болып табылады. Мақалада сым билеулерінің жиілігін бағалаудың инженерлік тәсілі қарастырылып, билеу жиілігін есептеу формуласы қорытылып шығарылған. Инженерлік тәсілдің негізінде билеу құбылыстарының математикалық модельін және тербелу процесінің энергетикалық балансын талдау жатыр. Мақалада алынған нәтижелер әуе желілерінің сенімділігін жоғарылату шараларын ұйымдастыруда қолданыс табады.*

*In the presence of wind and the deposition of ice on the overhead power lines, mechanical oscillations of the wires are observed, characterized by a relatively low frequency and considerable amplitude ("dance" of wires). As a result of the "dance", melting and burning of wires occurs due to short circuits, damage and breakage of supports, garlands of insulators and other elements of transmission lines. The article reviews a brief overview of the current state of the issue and formulates the purpose and objectives of the study. The main goal of the scientific article is the development of an engineering method for calculating the frequency characteristics of a split-phase dance with reference to an anchor span. The basis of the developed method is the analysis of the energy balance of the oscillatory process and the mathematical model of the dance of wires. The problem is limited to vertical one-half-wave oscillations of the split phase. The developed calculation formula establishes the relationship between the frequency of dancing, wind speed, aerodynamic characteristics of the icy wire and the parameters of the overhead line. The formula for determining the dance frequency can be used to solve various applied problems.*

**Ключевые слова:** линия электропередачи, расщепленная фаза, пляска проводов, частота пляски, математическая модель, энергетический баланс колебательного процесса, аэродинамические характеристики, моделирование.

**Негізгі сөздер:** электр желісі, шоғырланған фаза, сым тербелісі (билеулері), билеу жиілігі, математикалық модель, энергетикалық баланс, модельдеу.

**Key words:** power line, split phase, dance of wires, dance frequency, mathematical model, energy balance of the oscillatory process, aerodynamic characteristics, modeling.

### *Введение*

При определенных условиях на воздушных линиях электропередачи наблюдаются механические колебания проводов, характеризующиеся сравнительно низкой частотой и значительной амплитудой. Эти колебания получили названия «пляска» проводов. Явление пляски возникает обычно при ветре и отложении на проводах гололеда, представляет собой автоколебательный процесс. Провода могут колебаться длительное время (до нескольких суток). При колебаниях проводов с большой амплитудой опоры линии электропередачи испытывают динамические нагрузки, нередко случаи схлестывания проводов фаз. В результате пляски происходят оплавления и пережог проводов из-за коротких замыканий, повреждения и поломки опор, гирлянд изоляторов и других элементов линии электропередачи. Поэтому, изучение природы пляски и разработка методов защиты проводов от пляски является одной из основных задач в области повышения надежности электрических сетей энергосистем Казахстана и зарубежных стран.

Основная цель разработки теоретических вопросов пляски проводов заключается в составлении общей математической модели, позволяющей при заданных условиях определить характеристики колебательного процесса – амплитуду, число полуволн, частоту, динамических нагрузок на провода. Более серьезной частью анализа явлений пляски проводов является оценка частоты колебаний проводов при пляске. Известно, что частота колебания при пляске совпадает с одной из собственных частот провода. Однако, некоторые авторы, например [1] полагают, что частота все таки отличается от собственной. Существенные расхождения в этом случае могут привести к заметным ошибкам при выборе параметров некоторых типов гасителей пляски, оценке величины энергии ветра, направляемой на поддержание пляски и т.д. Поэто-

му, оценка частоты пляски проводов остается открытым вопросом сегодняшнего дня.

### *Объекты и методы исследований*

В настоящее время разработаны многочисленные математические модели пляски проводов как для анкерного пролета, так и многопролетной системы [8]. Для определения параметров пляски (в том числе и частоты) по математическим моделям необходимо решить нелинейную систему дифференциальных уравнений. Решение уравнений движения, как правило, осуществляется численными методами или путем моделирования в различных средах (Mathcad, Matlab, Vissim и т.д.). Однако это требует от исследователя некоторой подготовленности в области математики и моделирования. При рассмотрении прикладных задач, возникающих при проектировании и эксплуатации линии электропередачи необходимы упрощенные расчетные формулы, обладающие удовлетворительной точностью. В связи с этим, настоящая статья ставит своей целью вывод расчетной формулы для оценки частоты колебаний пляски проводов расщепленной фазы с учетом воздействия гололедно-ветровой нагрузки.

Как показывает опыт эксплуатации электрических сетей, наибольшую опасность с точки зрения надежности линии электропередачи представляют однополуволновые пляски. Поэтому в дальнейшем ограничиваемся рассмотрением этих видов колебаний.

В основе разрабатываемой инженерной методики расчета лежит анализ энергетического баланса колебательного процесса и математическая модель пляски проводов расщепленной воздушной фазы [5,6,7]. При установившемся режиме пляски, когда расщепленная фаза из крайнего нижнего (верхнего) достигает нейтрального положения (положение статического равновесия), обобщенная координата и ускорение линейного движения равно нулю, а скорость движения расщепленной фазы максимальна. Кроме того, в

нейтральном положении скорость крутильного движения расщепленной фазы равна нулю, а амплитуда крутильного колебания достигает своего максимума. Эти условия представляются через обобщенные линейные  $a(t)$  и угловые  $\varphi(t)$  координаты следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} a(t) &= 0; \quad \ddot{a}(t) = 0; \quad \dot{a}(t) = \dot{a}_M; \\ \varphi(t) &= \varphi_M; \quad \dot{\varphi}(t) = 0; \quad \ddot{\varphi}(t) \approx 0; \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= -\frac{k_8 + k_3 V \dot{a}_M}{k_2 V^2}; \quad d_2 = -\frac{k_7 V^2 - k_3 \dot{a}_M^2}{k_2 V^2}; \quad d_3 = -\frac{k_2 \dot{a}_M^3 - k_1 V^2 \dot{a}_M}{k_2 V^3}; \\ \varphi_M^3(t) + \tilde{d}_1 \varphi_M^2 + \tilde{d}_2 \varphi_M + \tilde{d}_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\tilde{d}_1 = -\frac{k_{13} \dot{a}_M}{k_{12} V}; \quad \tilde{d}_2 = -\frac{\Omega_0^2 + k_{10} V^2 - k_{13} \dot{a}_M^2}{k_{12} V^2}; \quad \tilde{d}_3 = -\frac{k_{12} \dot{a}_M^3 - k_{10} V^2 \dot{a}_M}{k_{12} V^3};$$

Здесь  $K_i$  - коэффициенты уравнений движения расщепленной фазы, включающие параметры расщепленной фазы и аэродинамические характеристики обледенелого провода.

Решим систему уравнений (2) и (3) относительно амплитуды крутильного движения. Решение осуществляется известным методом последовательных приближений. Ограничимся результатами первого приближения

$$\varphi_M \approx \frac{k_2 \dot{a}_M^3 - k_1 V^2 \dot{a}_M}{V(k_7 V^2 - k_3 \dot{a}_M^2)}; \quad (4)$$

$$\varphi_M \approx \frac{k_{12} \dot{a}_M^3 - k_{10} V^2 \dot{a}_M}{V(\Omega_0^2 + k_{10} V^2 - k_{13} \dot{a}_M^2)}; \quad (5)$$

Приравнивая правые части формулы (4) и (5), получим тождество. Опуская промежуточные преобразования, приводим конечный результат (при преобразовании пренебрегли некоторыми коэффициентами, существенно не влияющими на конечный результат)

$$k_2 \dot{a}_M^2 - k_1 V^2 = 0, \quad (6)$$

где

$$k_1 = \frac{2b_2}{\pi} (C_{D0} + C_{L0}); \quad k_2 = \frac{4b_2}{3\pi} C_{L1}; \quad b_2 = \frac{g\rho d_\Gamma}{P_{вер}};$$

Здесь:  $\rho$  - плотность воздуха,  $d_\Gamma$  - характерный размер сечения,  $P_{вер}$  - вес единицы длины обледенелого провода,

Следует отметить, что в условиях (1) пренебрегли ускорением крутильного движения расщепленной фазы. Такое допущение оправдано, поскольку частота и амплитуда крутильного колебания, как правило, небольшие. Учитывая эти условия в динамической модели движения обледенелого провода расщепленной фазы в ветровом потоке, получим систему уравнений

$$\varphi_M^3(t) + d_1 \varphi_M^2 + d_2 \varphi_M + d_3 = 0 \quad (2)$$

$C_{D0}, C_{L0}, C_{L1}$  - стационарные аэродинамические коэффициенты (силы лобового давления и подъемной силы).

Если закон движения провода подчиняется гармоническому закону, то максимальная скорость провода расщепленной фазы может быть представлена через амплитуды  $A$  и частоты пляски проводов  $\tilde{\omega}$ , по известной формуле

$$\dot{a}_M = A \tilde{\omega} \quad (7)$$

Подставляя (7) в выражение (6) и учитывая значения коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$ , получим

$$A^2 \tilde{\omega}^2 = \frac{k_1}{k_2} V^2 = \frac{3(C_{D0} + C_{L0})}{2C_{L1}} V^2 \quad (8)$$

Для конкретных профилей аэродинамические характеристики определяются экспериментально путем продувки данного образца в аэродинамических трубах. Один из результатов таких продувок приведен в работе [8]. На основе обработки этих данных получены числовые значения стационарных аэродинамических коэффициентов (процедура обработки здесь не приводится):  $C_{L0} = 4$ ;  $C_{L1} = 12$ ;  $C_{D0} = 1$ ;

Для определения искомой частоты  $\tilde{\omega}$ , наряду с (8) необходимо еще одно уравнение.

Недостающее уравнение может быть получено на основе анализа энергетического баланса колебательного процесса [9]. Энергетический баланс для случая, когда провод в полете перемещается из нейтрального положения в крайнее, определяется выражением

$$E_K = E_D + E_{II}, \quad (9)$$

где:  $E_K$  – кинетическая энергия провода в нейтральном положении,  $E_D$  – изменение энергии деформации провода при переходе его из нейтрального в крайнее положение,  $E_{II}$  – изменение потенциальной энергии про-

$$T = T_0 + \frac{8EF}{3\ell^2} (A^2 - 2f_0A) = T_0 + \frac{8EF}{3\ell^2} \left( A^2 - \frac{P_{веп}\ell^2}{4T_0} A \right), \quad (11)$$

где  $f_0$  – стрела провеса провода, определяется по известной формуле

$$f_0 = \frac{P_{веп}\ell^2}{8T_0}. \quad (12)$$

Здесь:  $E$  – модуль упругости,  $F$  – площадь поперечного сечения провода,  $\ell$  – длина пролета

$$E_{II} = P_{веп}\ell \left[ \frac{2}{3} f_0 - \frac{2}{3} (f_0 - A_B) \right] = \frac{2}{3} P_{веп}\ell A_B \quad (13)$$

Кинетическая энергия провода

$$E_k = \int_0^\ell \frac{1}{2} \frac{P_{веп}}{g} \left[ \frac{\partial y(z,t)}{\partial t} \right]_{\max}^2 dz = \frac{P\ell}{4g} \tilde{\omega}^2 A^2 \quad (14)$$

где  $y(z,t)$  – функция, определяющая конфигурацию и положения провода в произвольный момент времени.

Подставляя составляющие энергетического баланса (10), (13) и (14) в выражение (9), получим следующее тождество

$$\tilde{\omega}^4 - \omega_0^2 \tilde{\omega}^2 + \frac{64gEFV}{9T\ell^2} \sqrt{\frac{3(C_{D0} + C_{L0})}{2C_{L1}}} \tilde{\omega} - \frac{64gEFV^2}{3P_{веп}\ell^4} \frac{(C_{D0} + C_{L0})}{C_{L1}} = 0 \quad (16)$$

Решение (16) может быть осуществлено итерационным методом определения корней уравнения. В случае, если наименьшие по

вода при переходе его из нейтрального в крайнее положение.

Определяем составляющие энергетического баланса. Изменение энергии деформации при условии, что между натяжением провода и его удлинением существует линейная зависимость, вычисляемая по формуле

$$E_D = \frac{\ell}{2EF} (T^2 - T_0^2), \quad (10)$$

где:  $T_0$  – начальное натяжение провода (до пляски проводов),  $T$  – натяжение провода в крайнем положении.

Натяжение провода в крайнем положении определяется согласно формуле

Изменение потенциальной энергии пропорционально смещению центра тяжести провода в полете. Полагаем, что конфигурация провода при пляске совпадает с кривой провисания провода в полете до пляски. Эта кривая представляет собой параболу (исключением являются расчеты проводов с очень большими пролетами, превышающими 800 м). В этом случае

$$\tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 - \frac{64gEF}{9T\ell^2} A + \frac{128gEF}{9P_{веп}\ell^4} A^2 \quad (15)$$

Из системы уравнений (8) и (15), исключая амплитуду пляски  $A$ , имеем уравнение 4-го порядка относительно искомого параметра  $\tilde{\omega}$

модулю корни – комплексные сопряженные или оба действительные, то разложение левой части (16) имеет вид

$$\left[ \tilde{\omega}^2 + (a_1 - \alpha)\tilde{\omega} + a_2 - \beta \right] \left[ \tilde{\omega}^2 + \alpha\tilde{\omega} + \frac{a_4}{a_2 - \beta} \right] = 0 \quad (17)$$

$$\text{где } a_1 = 0; a_2 = \omega_0^2; a_3 = \frac{64gEFV}{9T\ell^2} \sqrt{\frac{3(C_{D0} + C_{L0})}{2C_{L1}}}; a_4 = \frac{64gEFV^2 (C_{D0} + C_{L0})}{3P_{\text{веп}}\ell^4 C_{L1}};$$

$$\alpha = \frac{a_3}{a_2 - \beta} - \frac{a_4(a_1 - \alpha)}{(a_2 - \beta)^2}; \beta = \alpha(a_1 - \alpha) + \frac{a_4}{a_2 - \beta}.$$

В качестве 1-го приближения для  $\alpha$  и  $\beta$  выбираем:

$$\alpha = \frac{a_3}{a_2}; \beta = \alpha(a_1 - \alpha) + \frac{a_4}{a_2};$$

$$\left[ \tilde{\omega}^2 + \frac{a_3}{\omega_0^2} \tilde{\omega} - \frac{\omega_0^6 + (a_4\omega_0^2 - a_3^2)}{\omega_0^4} \right] = 0 \quad (18)$$

Конечный результат решения квадратного уравнения (18) приведен ниже. С целью упрощения в ходе преобразования пре-

Вторая скобка (17) дает комплексные сопряженные корни, поэтому ее отбрасываем. Первая скобка в результате преобразования приводится к виду

небрегли некоторыми членами, существенно не влияющими на конечный результат.

$$\tilde{\omega} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{6\varepsilon V^2 (C_{D0} + C_{L0})}{P_{\text{веп}}\ell^4 \omega_0^4 C_{L1}} \left( 1 - \frac{\varepsilon P_{\text{веп}}}{T^2 \omega_0^2} \right)} \quad (19)$$

$$\text{где } \varepsilon = \frac{32gEF}{9}, \quad \omega_0 = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{gT}{P_{\text{веп}}} \left( 1 + \frac{8EFP_{\text{веп}}^2 \ell^2}{\pi^4 T^3} \right)}$$

Следует отметить, что для каждого пролета определенной длины и числу полувольт в полете существует определенная критическая (предельная) скорость. Превышение этой скорости, вероятно приводит к прекращению пляски. Поэтому, при применении формулы (19) необходимо следить, чтобы задаваемая величина скорости ветра не превышала дозволённой скорости для данного пролета [10].

$$V_{\perp}^{kp} = 15,6 - 0,01 \cdot \ell \quad (20)$$

где  $V_{\perp}^{kp}$  - нормальная составляющая критической (максимальной) скорости ветра.

### Результаты и их обсуждение

Ниже приведены результаты расчетов по определению частотных характеристик приближенным (формула 19) к точным [7,8] методам. Точные значения частот определены, исходя из переходного процесса. Переходные процессы моделированы в Mathcad

(использован метод Рунге-Кутты с фиксированным шагом).

На рисунке 1 приведены результаты моделирования в Mathcad фазовой траектории, крутильного и поперечного движения провода РФ при  $V = 7 \text{ м/сек}$ . На рисунке 2 приведены результаты сопоставления. Расчет выполнен для провода марки АС-300/39 с характеристиками:  $E = 7700 \text{ ДаН/мм}^2$ ,  $F = 339,6 \text{ мм}^2$ ,  $P_{\text{веп}} = 1,232 \text{ Дан/м}$ . Длина пролета  $\ell = 250 \text{ м}$ , натяжение провода  $T_0 = 2700 \text{ даН}$ . Собственная круговая частота  $\omega_0 = 2,63 \text{ рад/с}$ .

Как следует из рисунка 2, наибольшее расхождение между результатами (не более 5%) наблюдается при скорости ветра 11 м/сек. На рисунке частота при нулевой скорости ветра соответствует собственной частоте свободного колебания провода расщепленной фазы.

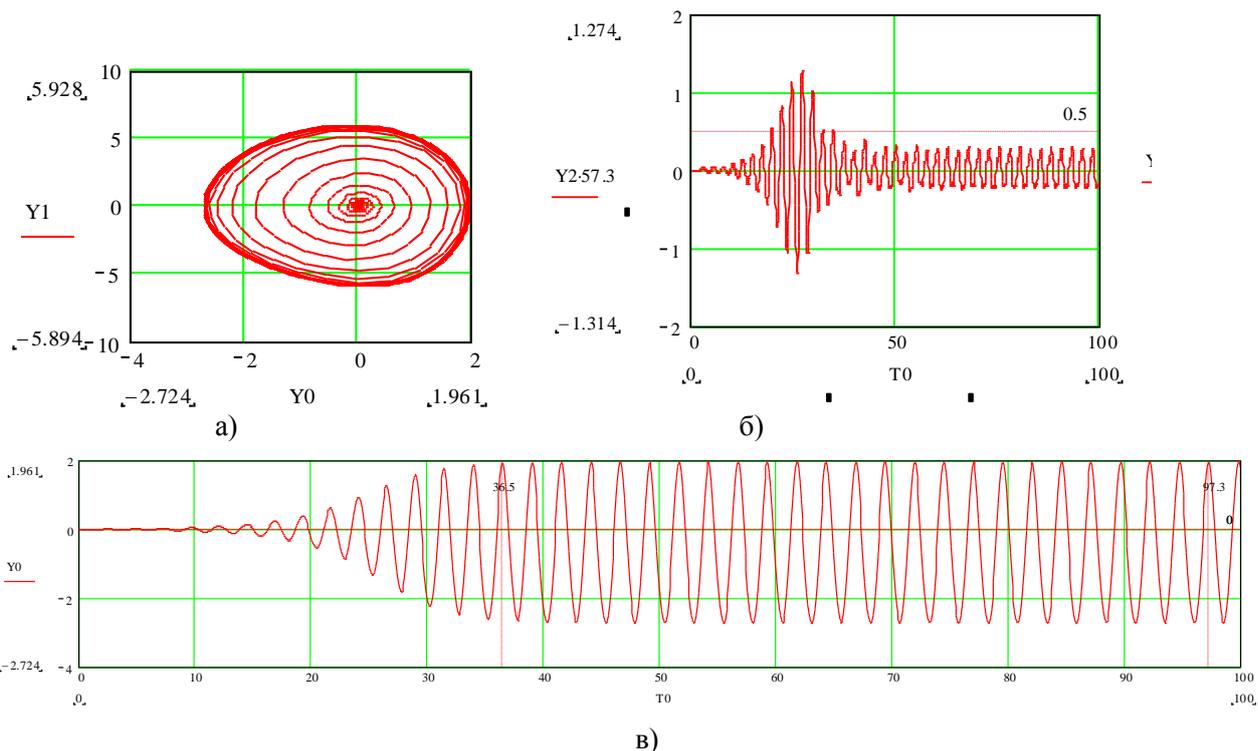


Рисунок 1 - Переходные процессы пляски проводов расщепленной фазы: *a* – фазовая траектория; *б* - крутильное колебание при скорости ветра  $V = 7 \text{ м/сек}$ ; *в* - поперечное колебание при скорости ветра  $V = 7 \text{ м/сек}$ .



Рисунок 2 - Результаты сопоставления: *a* – результаты моделирования, *б* – использование расчетной формулы (19).

**Основные выводы:**

1. Частота пляски проводов при небольших скоростях совпадает с собственной частотой колебания. С увеличением скорости ветра частота пляски монотонно убывает (период колебания увеличивается).
2. Частоты крутильных и поперечных колебаний при пляске совпадают, а сдвиг фаз

между этими движениями при установившемся режиме пляски составляет  $90^{\circ}$ .

3. С увеличением амплитуды крутильного движения амплитуды поперечного колебания уменьшается и наоборот.

4. Выведенная расчетная формула с достаточной точностью определяет частоту пляски проводов.

5. Предлагаемая инженерная методика существенно упрощает процедуру по определению частотных характеристик пляски проводов расщепленной фазы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Richardson A.S. The time line method for assessing galloping exposure. -IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982. – № 8. – P. 2885-2891.

2. Стрелюк М.И., Сергей И.И., Вотяков А.Г. Численный метод расчета пляски проводов воздушных линий сверхвысокого напряжения. - //Иzv. высш учеб.заведений. Энергетика. 1991. – № 6 - С. 8-12.

3. Ванько В.И. Математическая модель пляски провода ЛЭП // Изв.высш.учеб.заведений Энергетика. - 1991. - № 11. - С. 36–42.

4. Shklyarchuk F.N., Danilin A.N., Lilien Jean-Louis, Snegovskiy D.V., Vinogradov A.A., Djamanbayev M.A. Nonlinear aeroelastig vibrations and galloping of iced conductor lines under wind . / Seventh International Symposium CABLE DYNAMICS Vienna (Austria), December 10-13, 2007. – PP. 129-134.

5. Джаманбаев М.А., Токенов Н.П. Математическая модель пляски расщепленной фазы воздушных линий электропередачи (анкерный пролет). / Труды II международной научной конференции «Высокие технологии –залог устойчивого

развития», КазНТУ им. К.И. Сатпаева, II том, 23-24 мая 2013 г., Алматы. – С.166-172.

6. Tokenov N., Djamanbayev M.A., Bekbayev A., Eskendirova D., Baimuratov O. Mathematical Model for Calculating Aerodynamic Characteristics of Overhead Transmission Lines // Applied Mechanics and Materials Vol. 610 (2014) pp 52-59 © (2014) Trans Tech Publications, Switzerland doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.610.52

7. Джаманбаев М.А., Абитаева Р.Ш. Математическая модель пляски расщепленной фазы (многопролетная система) / Материалы VII Международной научно-практической конференции: «Наука и инновации-стратегические приоритеты развития экономики государства»/ «Дулатов Окулары 2015», Костанай, № 4-2, февраль 2016. - с. 318 – 323.

8. Ямаока М. Метод численного расчета процесса колебаний при пляске проводов расщепленной фазы.- Дэнкигаккайромбунси, 1979, том В99, № 9. - С. 569-576.

9. Джаманбаев М.А., Бөстекбай Д., Имангалиев Б.А. Әуе желілері сымдарының еркін тербелістерінің энергетикалық балансы. / Труды международных Сатпаевских чтений. Том I, Алматы, КазНТУ им. К.И.Сатпаева, 2016. – 904 с.

10. Bekbaev A. B., Dzhamanbaev M.A., Abitaeva R., Karbozova A., Nabyeva G. Estimate of maximum expected intensity of one-half-wave lines dancing // international scholarly and scientific research & innovation. – 2015, № 17(11). - PP. 1745-1747.